第９講　確率，文字式の利用，論理

§１　確率

【Point】

確率　……　あることの起こりやすさを表す数

あることがらＡの起こる確率を P とすると

$P=$ ――――――――――――　$(0 \leqq P \leqq 1)$

同様に確からしい　……　どの場合が起こることも同じ程度に期待できること．

明記されていない場合は，どの場合が起こることも同様に確からしいとみなす．

例題９－１　（解答 p.43）

ＡとＢの２つのサイコロを同時に投げるとき，次の問いに答えよ．

(1)　２つのサイコロの目の出方は何通りあるか求めよ．

(2)　Ａの目の方が大きい確率を求めよ．

(3)　２つのサイコロの和が偶数になる確率を求めよ．

(4)　２つのサイコロの積が偶数になる確率を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題９－１　（解答 p.43）
Ａは１～５の数字が書かれた５枚のカードを，Ｂは１～４の数字が描かれた４枚のカードを持っている．ＡとＢが同時に自分の持っているカードから１枚を出すとき，次の問いに答えよ．

(1)　Ｂのカードの数の方が大きい確率を求めよ．

(2)　２人のカードの数の和が奇数になる確率を求めよ．

(3)　２人のカードの数の積が奇数になる確率を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

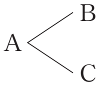
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§２　いろいろな確率⑴

【Point】

樹形図の活用

起こりうる場合をすべて列挙するとき，あるものを「　　　　」し，
そこから枝分かれ状に書いていく方法がある．
このようにして書いた右図のような図を「　　　　　」という．



組合せ

あるものを複数選ぶときに，選ぶ「　　　　」が関係ない場合，
同じ組合せになるものを除くことが必要である．

例題９－２　（解答 p.44）

⑴　3 枚のコイン A，B，C を投げるとき，次の問いに答えよ．

（i）　3 枚とも裏が出る確率を求めよ．

（ii）　2 枚が表，1 枚が裏になる確率を求めよ．

⑵　A，B，C，D の 4 人の中から学級委員を 2 人選ぶ．このとき，A が選ばれる確率を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題９－２　（解答 p.44）

⑴　３枚のコイン A，B，C を投げるとき，１枚が表，２枚が裏になる確率を求めよ．

⑵　A，B，C，D の４人の中からくじ引きで２人選ぶ．このとき，B と C が選ばれる確率を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§３　いろいろな確率(2)

【Point】

同じ物を区別

区別ができない同じものも，確率を考える上ではすべて区別して考える．

（例）　あたりくじ２本　⟶　①，②　とする

順列

あるものを複数選ぶときに，選ぶ「　　　　」が関係する場合，

同じ組合せでも区別して考える．

余事象の確率

Ａが起こらない確率＝1－(　　　　　　　　　　)

例題９－３　（解答 p.45）

(1)　５本のうち２本が当たりくじが入ったくじがある．次の問いに答えよ．

(i)　Ａが１本ひくとき，それが当たりくじである確率を求めよ．

(ii)　ＡとＢが続けて１本ずつ引くとき，Ｂが当たる確率を求めよ．

(2)　赤球２個，青球３個が入った袋がある．そこから２個同時に取り出すとき，少なくとも１個は青球である確率を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題９－３　（解答 p.45）

(1)　6 本のうち 2 本が当たりくじが入ったくじがあり，そのくじを A が先に 1 本引き，続けて B が 1 本引く．

(i)　B が当たる確率を求めよ．

(ii)　A も B も当たる確率を求めよ．

(2)　1，2，3，4，5 の 5 枚のカードから同時に 2 枚取り出すとき，少なくとも 1 枚は偶数である確率を求めよ．

ⓒRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§４　文字式を利用した証明(1)

【Point】

偶数と奇数

「　　　」n を使うと　偶数　……「　　」　　奇数　……「　　　　　」と表せる.

偶数であることを証明　⟶「　×(整数)」の形へ

奇数であることを証明　⟶「　×(整数)　　」の形へ

a の倍数

3の倍数　……「　　」

3の倍数であることを証明　⟶「　　×(整数)」の形へ

例題９－４　（解答 p.46）

次のことを証明せよ.

(1)　偶数と奇数の和は奇数である.

(2)　やや難　連続する2つの奇数の平方の差は8の倍数になる.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題９－４　（解答 p.46）

次のことを証明せよ.

(1)　奇数と奇数の和は偶数である.

(2)　やや難　連続する２つの偶数の平方の和は４の倍数になる.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§５　文字式を利用した証明⑵

【Point】

２桁の自然数

十の位を a，一の位を b とすると「　　　　　　」と表せる．

３桁の自然数

百の位を a，十の位を b，一の位を c とすると「　　　　　　　　　」と表せる．

例題９ー５　（解答 p.47）

次のことを証明せよ．

⑴　２桁の自然数に，その十の位の数から一の位を数を引いたものを加えると 11 の倍数になる．

⑵　やや難　各位の数字の和が３の倍数である３桁の自然数は，３の倍数である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題9－5　（解答 p.48）

次のことを証明せよ．

(1)　3 桁の自然数と，その数の百の位の数と一の位の数を入れ替えた数の差は 99 の倍数になる．

(2)　やや難　各位の数字の和が 9 の倍数である 2 桁の自然数は，9 の倍数である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

§６　仮定・結論・逆

【Point】

仮定と結論

「A ならば B」という形の文において，

A の部分を「　　　」，B の部分を「　　　」という．

逆　……　あることがらの「　　　」と「　　　」を入れ替えたもの．

例題９－６　（解答 p.49）

次のことがらについて，逆を述べよ．また，それが正しいか正しくないかを述べよ．

(1)　n が奇数ならば，$n+1$ は偶数である．

(2)　x が 4 の倍数ならば，x は 2 の倍数である．

(3)　平行四辺形ならば，2 組の対辺は平行である．

(4)　［やや難］　2 つの自然数について，ともに偶数ならば，和は偶数である．

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題9－6　（解答 p.49）

次のことがらについて，逆を述べよ．また，それが正しいか正しくないかを述べよ．

(1)　x が 6 の倍数ならば，x は 3 の倍数である．

(2)　2 つの三角形が合同ならば，面積は等しい．

(3)　やや難　2 つの数がともに正ならば，その積は正である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第９講　確率，文字式の利用，論理

(1)　ＡとＢの２人がじゃんけんを１回するとき，Ａが勝つ確率は $\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である．

(2)　Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄの４人の中からくじ引きで２人選ぶとき，ＡとＢがともに選ばれる確率は $\frac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である．またこの４人の中から委員長と副委員長を１人ずつ選ぶとき，Ａがそのどちらかに選ばれる確率は $\frac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$ である．

(3)　連続する２つの奇数の平方の差は $\boxed{キ}$ の倍数となる．$\boxed{キ}$ に当てはまる最も大きい整数を入れよ．

(4)　「△ABC が正三角形ならば　∠Ａ＝60°である」の逆は $\boxed{ク}$．
$\boxed{ク}$ に当てはまるものを　①正しい　　②正しくない　のうちから選べ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第９講　確率，文字式の利用，論理

例題９－１

(1)　36 通り　　(2)　$\frac{5}{12}$　　(3)　$\frac{1}{2}$　　(4)　$\frac{3}{4}$

【解説】

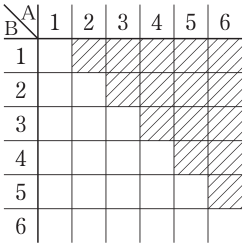
(1)　起こりうる場合（目の出かた）は全部で $6\times6=36$ 通り

(2)　A の目の方が大きいのは，下図(ｉ)の斜線部分で 15 通り．よって確率は　$\frac{15}{36}=\frac{5}{12}$

(3)　和が偶数になるのは，下図(ⅱ)より 18 通り．よって確率は　$\frac{18}{36}=\frac{1}{2}$

(4)　積が偶数になるのは，下図(ⅲ)より 27 通り．よって確率は　$\frac{27}{36}=\frac{3}{4}$

(ｉ)



(ⅱ)

B＼A	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

(ⅲ)

B＼A	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

類題９－１

(1)　$\frac{3}{10}$　　(2)　$\frac{1}{2}$　　(3)　$\frac{3}{10}$

【解説】

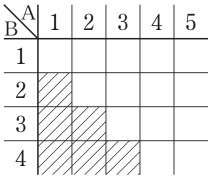
起こりうる場合は全部で $5\times4=20$ 通り

(1)　B の方が大きいのは，下図(ｉ)の斜線部分で 6 通り．よって確率は　$\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$

(2)　和が奇数になるのは，下図(ⅱ)より 10 通り．よって確率は　$\frac{10}{20}=\frac{1}{2}$

(3)　積が奇数になるのは，下図(ⅲ)より 6 通り．よって確率は　$\frac{6}{20}=\frac{3}{10}$

(ｉ)



(ⅱ)

B＼A	1	2	3	4	5
1	2	3	4	5	6
2	3	4	5	6	7
3	4	5	6	7	8
4	5	6	7	8	9

(ⅲ)

B＼A	1	2	3	4	5
1	1	2	3	4	5
2	2	4	6	8	10
3	3	6	9	12	15
4	4	8	12	16	20

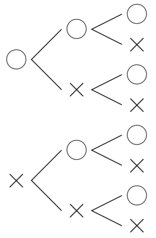
ⓒRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題９－２

(1)　(i)　$\frac{1}{8}$　　(ii)　$\frac{3}{8}$　　(2)　$\frac{1}{2}$

【解説】

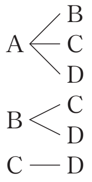
(1)　表を○，裏を×で表すとすると，コインの表裏に関する樹形図は右図．起こりうるすべての場合は８通り．



(i)　３枚とも裏が出るのは１通り．よって確率は $\frac{1}{8}$

(ii)　２枚が表，１枚が裏になるのは３通り．よって確率は $\frac{3}{8}$

(2)　２人を選ぶ順番は関係がない．よって，同じ組合せとなるものを除いた樹形図は右図．
起こりうるすべての場合は６通り．Ａが選ばれるのは３通り．
よって確率は $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$



類題９－２

(1)　$\frac{3}{8}$　　(2)　$\frac{1}{6}$

【解説】

(2)　ＢとＣが選ばれるのは１通りのみ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題９－３

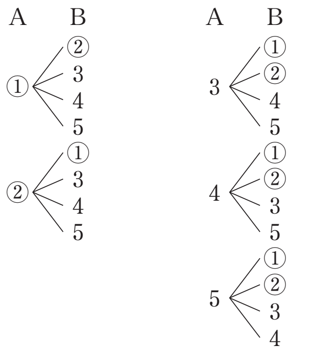
(1)　(i)　$\frac{2}{5}$　　(ii)　$\frac{2}{5}$　　(2)　$\frac{9}{10}$

【解説】

(1)　(ii)　当たりくじを①，②，はずれくじを 3，4，5 とし樹形図を書くと右図．起こりうるすべての場合は 20 通り．

このうち，B が当たるのは 8 通り．

よって確率は　$\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$

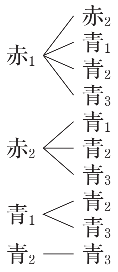


(2)　赤球を 赤$_1$，赤$_2$，青球を 青$_1$，青$_2$，青$_3$ とする．

右の樹形図より，起こりうるすべての場合は 10 通り．

このうち，2 個とも赤球であるのは 1 通り

よって求める確率は　$1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$



類題９－３

(1)　(i)　$\frac{1}{3}$　　(ii)　$\frac{1}{15}$　　(2)　$\frac{7}{10}$

【解説】

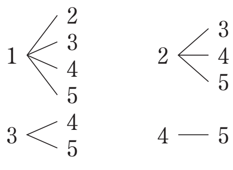
(1)　起こりうるすべての場合は 30 通り．

(i)　B が当たるのは 10 通り　　(ii)　A も B も当たるのは 2 通り

(2)　起こりうるすべての場合は 10 通り．

このうち，2 枚とも奇数であるのは 3 通り

よって求める確率は　$1-\frac{3}{10}=\frac{7}{10}$



ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題９－４

(1)　偶数を $2n$，奇数を $2m+1$（m，n は整数）とおく．

$2n+(2m+1)=2n+2m+1=2(n+m)+1$

$n+m$ は整数より，$2(n+m)+1$ は奇数である．

よって偶数と奇数の和は奇数である．

(2)　連続する２つの奇数を $2n+1$，$2n+3$（n は整数）とおく．

$(2n+3)^2-(2n+1)^2=4n^2+12n+9-(4n^2+4n+1)=8n+8=8(n+1)$

$n+1$ は整数より，$8(n+1)$ は８の倍数である．

よって連続する２つの奇数の平方の差は８の倍数になる．

【解説】

(1)　奇数を $2m-1$ とおいてもよい．

(2)　連続する２つの奇数を $2n-1$，$2n+1$ とおくと計算しやすい．

類題９－４

(1)　２つの奇数を $2n+1$，奇数を $2m+1$（m，n は整数）とおく．

$(2n+1)+(2m+1)=2n+2m+2=2(n+m+1)$

$n+m+1$ は整数より，$2(n+m+1)$ は偶数である．

よって奇数と奇数の和は偶数である．

(2)　連続する２つの偶数を $2n$，$2n+2$（n は整数）とおく．

$(2n)^2+(2n+2)^2=4n^2+4n^2+8n+4=8n^2+8n+4=4(2n^2+2n+1)$

$2n^2+2n+1$ は整数より，$4(2n^2+2n+1)$ は４の倍数である．

よって連続する２つの偶数の平方の和は４の倍数になる．

【解説】

(1)　２つの奇数を $2n-1$，$2m+1$ とおいてもよい．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題９－５

(1)　十の位を a，一の位を b とすると，はじめの数は $10a+b$ と表せる．

また，十の位の数から一の位の数を引いたものは　$a-b$

これらの和は　$(10a+b)+(a-b)=11a$　　これは 11 の倍数である．

よって，2 桁の自然数に，その十の位の数から一の位を数を引いたものを加えると 11 の倍数になる．

(2)　百の位を a，十の位を b，一の位を c とすると，3 桁の自然数は

$100a+10b+c$　と表せる．

また，各位の数字の和が 3 の倍数より

$a+b+c=3n$（n は整数）と表せる．この式を変形して　$c=3n-a-b$

このとき

$$100a+10b+c=100a+10b+(3n-a-b)$$
$$=99a+9b+3n=3(33a+3b+n)$$

$33a+3b+n$ は整数より　$3(33a+3b+n)$ は 3 の倍数である．

よって各位の数字の和が 3 の倍数である 3 桁の自然数は，3 の倍数である．

【解説】

(2)　各位の数字の和が 3 の倍数であることを文字式で表すと　$a+b+c=3n$

この式を変形し，もとの 3 桁の自然数に代入し，文字の個数を減らす．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題９－５

(1)　百の位を a，十の位を b，一の位を c とすると，3 桁の自然数は

$100a+10b+c$　と表せる．

また，百の位の数と一の位の数を入れ替えた数は

$100c+10b+a$　と表せる．

これらの差は

$(100a+10b+c)-(100c+10b+a)=99a-99c=99(a-c)$

$a-c$ は整数より，$99(a-c)$ は 99 の倍数.

よって 3 桁の自然数と，その数の百の位の数と一の位の数を入れ替えた数の差は

99 の倍数になる.

(2)　十の位を a，一の位を b とすると，2 桁の自然数は

$10a+b$　と表せる.

また，各位の数字の和が 9 の倍数より

$a+b=9n$　（n は整数）と表せる．この式を変形して　$b=9n-a$

このとき

$10a+b=10a+(9n-a)=9a+9n=9(a+n)$

$a+n$ は整数より $9(a+n)$ は 9 の倍数である.

よって各位の数字の和が 9 の倍数である 2 桁の自然数は，9 の倍数である.

【解説】

(2)　桁数によらず，各位の和が 3 の倍数のときはもとの数は 3 の倍数，和が 9 の倍数のときはもとの数は 9 の倍数となる.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題９－６

(1)　$n+1$ が偶数ならば，n は奇数である　……　正しい

(2)　x が 2 の倍数ならば，x は 4 の倍数である　……　正しくない

(3)　2 組の対辺が平行ならば，平行四辺形である　……　正しい

(4)　2 つの自然数について，和が偶数ならば，ともに偶数である　……　正しくない

【解説】

(2)　$x=2$ のとき，x は 2 の倍数であるが，4 の倍数ではない．

(4)　1 と 3 は，和が偶数であるが，ともに奇数であり偶数ではない．

類題９－６

(1)　x が 3 の倍数ならば，x は 6 の倍数である．　……　正しくない

(2)　2 つの三角形の面積が等しいならば，合同である．　……　正しくない

(3)　2 つの数の積が正ならば，ともに正である．　……　正しくない

【解説】

(1)　$x=9$ のとき，9 は 3 の倍数であるが 6 の倍数でない．

(2)　面積が等しくても底辺や高さが異なる三角形が存在する．

(3)　-1 と -2 は，積が正であるが，ともに負であり正ではない．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第９講　確率，文字式の利用，論理

(1)　ＡとＢの２人がじゃんけんを１回するとき，Ａが勝つ確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である.

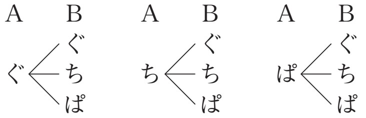
(2)　A，B，C，Dの４人の中からくじ引きで２人選ぶとき，ＡとＢがともに選ばれる確率は $\dfrac{\boxed{ウ}}{\boxed{エ}}$ である．またこの４人の中から委員長と副委員長を１人ずつ選ぶとき，Ａがそのどちらかに選ばれる確率は $\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$ である.

(3)　連続する２つの奇数の平方の差は $\boxed{キ}$ の倍数となる．$\boxed{キ}$ に当てはまる最も大きい整数を入れよ.

(4)「△ABCが正三角形ならば　∠A＝60°である」の逆は $\boxed{ク}$.
$\boxed{ク}$ に当てはまるものを　①正しい　　②正しくない　のうちから選べ.

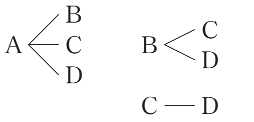
解答例

(1)　２人の手の出し方は　９通り



Ａが勝つのは３通り　　　よって確率は　$\dfrac{3}{9}=\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$

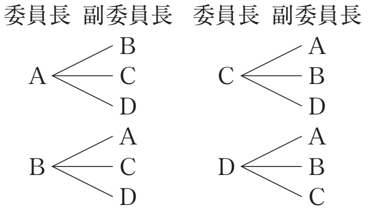
(2)　４人からくじ引きで２人を選ぶすべての選び方は６通り



ＡとＢがともに選ばれるのは１通り

よって確率は　$\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{6}}$

４人から委員長と副委員長を選ぶすべての選び方は12通り



Ａがそのどちらかに選ばれるのは６通り

よって確率は　$\dfrac{6}{12}=\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$

(3)　連続する２つの奇数を $2n-1$，$2n+1$（n は整数）と表すと

$$(2n+1)^2-(2n-1)^2=4n^2+4n+1-(4n^2-4n+1)=8n$$

n は整数より　$8n$ は８の倍数．よって連続する２つの奇数の平方の差は**８**の倍数となる

(4)　逆は「∠A＝60°ならば△ABCが正三角形」

$\angle A=60°$，$\angle B=30°$，$\angle C=90°$ のとき，△ABCは正三角形ではない.

よって，正しくない（**②**）

.

ⓒRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。